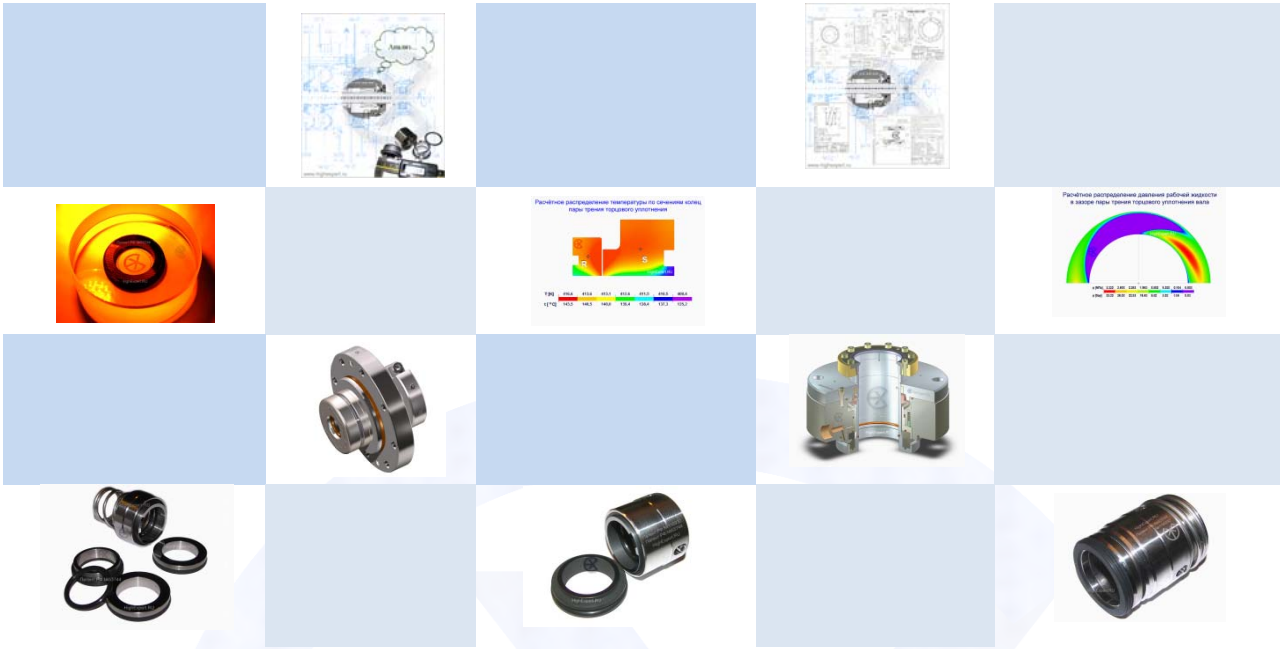
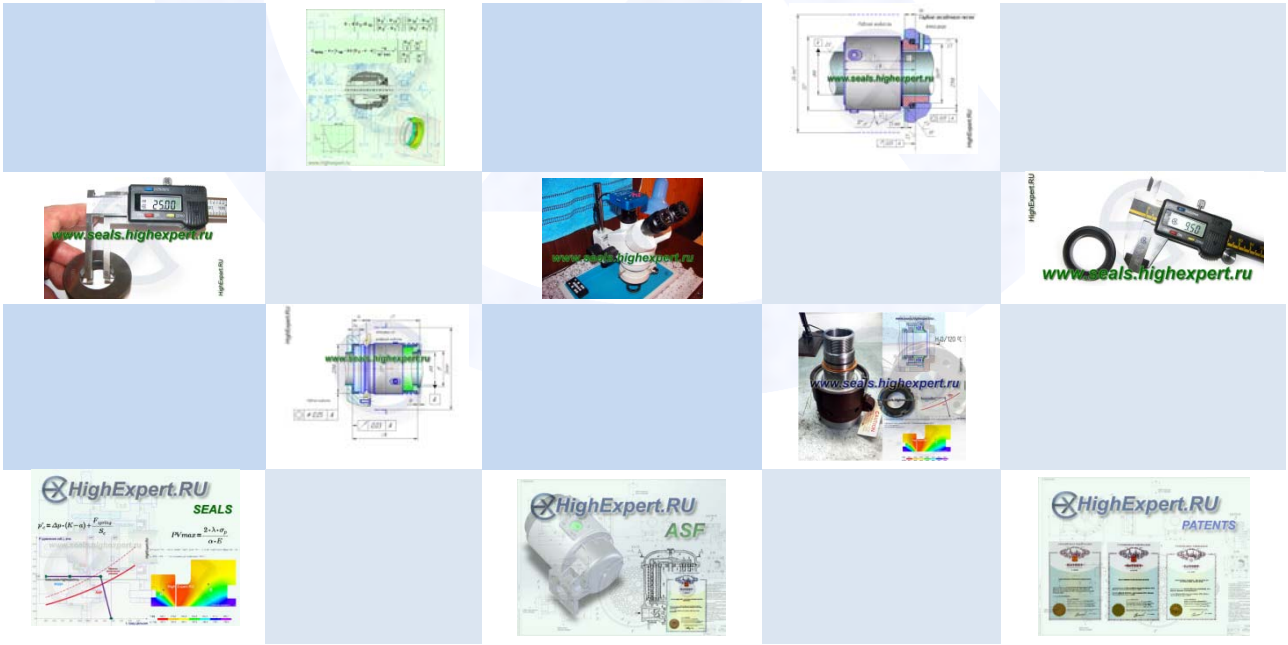
УДК 62-762.004.94



# Особенности практического применения методик расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре колец пары трения торцового уплотнения с микроканавками




*© к.т.н., инж. Шепелёв В.А, инж. Шепелёв А.В.*

*г. Коломна, 2024 г.*

# Содержание

Содержание ..... 2
Реферат ..... 3
Актуальность ..... 4
Введение ..... 4
Постановка задачи ..... 5
Особенности методик расчёта ..... 7
Количество разбиений в сетке и количество итераций ..... 8
Результаты компьютерного моделирования ..... 10
Поиск рациональной плотности узлов ..... 10
Анализ результатов поиска рациональной плотности узлов ..... 14
Сравнение результатов двух расчётных схем ..... 15
Повышение эффективности методик расчёта ..... 16
Расчёт минимального зазора в паре трения ..... 17
Выводы ..... 20
Литература ..... 21

HighExpert.RU

УДК 62-762.004.94

© Шепелёв В.А, Шепелёв А.В., e-mail: highexpert@yandex.ru | www.highexpert.ru | 07 ноября 2024 г.

# Особенности практического применения методик расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре колец пары трения торцового уплотнения с микроканавками

**Реферат**

*Настоящая публикация подготовлена в процессе разработки методики расчёта обыкновенного торцового уплотнения вала с микроканавками и применением современного бессеточного метода на основе радиальных базисных функций для численного решения уравнения Рейнольдса, является продолжением предварительной экспертизы статьи "МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТОРЦОВОГО УПЛОТНЕНИЯ С МИКРОКАНВКАМИ"[1]. Показаны особенности практического применения методик расчета распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с микроканавками, основанных на сеточном методе конечных объёмов с равномерно расположенными узлами в полярных координатах. Приводятся результаты компьютерного моделирования распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения, полученные с использованием системы Mathcad, для уплотнения с прямоугольными микроканавками и эквивалентными им по площади микроканавками в виде усечённых секторов. Предоставлены рекомендации для выбора количества разбиений сетки в радиальном и окружном направлениях на основе критерия плотности узлов в расчётной области и необходимого количества итераций, обеспечивающие получение численного решения с необходимой для инженерной практики точностью.*

*Ключевые слова: методика расчёта, метод конечных объёмов, торцовое уплотнение, микроканавки, уравнение Рейнольдса, Mathcad.*

[1] *https://www.highexpert.ru/publications/ms_sqg_article_expertise.html*

## Актуальность[2]

Проектирование новых и совершенствование существующих торцовых уплотнений с повышением критерия *PV* [1,2] связанно с комплексом мероприятий и может приводить к изменению конструкции всей уплотнительной системы. Это затратные по времени и ресурсам работы могут быть не достаточны для достижения требуемых техническим заданием показателей высокой надежности и долговечности уплотнительного узла без применения специальных новых технологий, например, связанных с созданием текстурированных рабочих торцовых поверхностей колец пары трения с использованием микроканавок особой формы. Применение микроканавок может обеспечить более благоприятное охлаждение колец пары трения [3], а также изменение режима трения уплотнения с граничного или смешанного на жидкостной (бесконтактный гидродинамический) с минимальным износом рабочих торцовых поверхностей этих колец.

С развитием компьютерной техники и совершенствованием численных методов расчёта торцовых уплотнений, а также внедрением специальных промышленных технологий, это направление исследований считается перспективным. У инженеров-исследователей и инженеров-проектировщиков (конструкторов) появляется интерес к разработке и совершенствованию методик расчёта торцовых уплотнений [4]. Эти методики расчётов и созданные на их основе инструменты для компьютерного моделирования в последующем могут применяться в инженерной практике.

## Введение

В статье [5] приведена методика расчёта торцового гидродинамического уплотнения с микроканавками, а также анализ влияния сил инерции на характеристики уплотнения. На основе ранее разработанной методики расчёта обыкновенного торцового уплотнения вала [3] с применением конечных разностей для аппроксимации производных каждого контрольного объёма для численного решения уравнений Рейнольдса в работе [5] предлагается усовершенствованная методика, учитывающая влияние сил инерции.

В публикациях [3, 5] расчётная область колец пары трения обыкновенного торцового уплотнения разбивается равномерной сеткой (сеточный метод) с равноотстоящими узлами и имеет второй порядок точности. Поэтому для

[2] *https://www.highexpert.ru/publications/ms_sqg_article_expertise.html*

получения численного решения с приемлемой для инженерной практики точности требуется значительное количество расчётных узлов (от нескольких тысяч до нескольких десятков тысяч). Расположение каждого конечного объёма определяются полярными координатами в радиальном и окружном направлениях, причём для каждого такого конечного объёма характерна своя высота зазора, либо высота зазора рассчитывается по двум соседним узлам [3].

Результаты предварительной экспертизы статьи [5] доступны для широкой аудитории на нашем персональном сайте в сети Интернет [6].

Статья [5] является основой квалификационной научно-исследовательской работы (НИР) – диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук. Общая характеристика этой НИР, её содержание и ключевые тезисы опубликованы в автореферате [7].

## Постановка задачи

Задачей настоящего исследования является определение особенностей практического применения вышеупомянутых методик расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками и с эквивалентными им по площади микроканавками в виде усечённых секторов.

Первая расчетная схема для торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками приведена на рисунке 1.

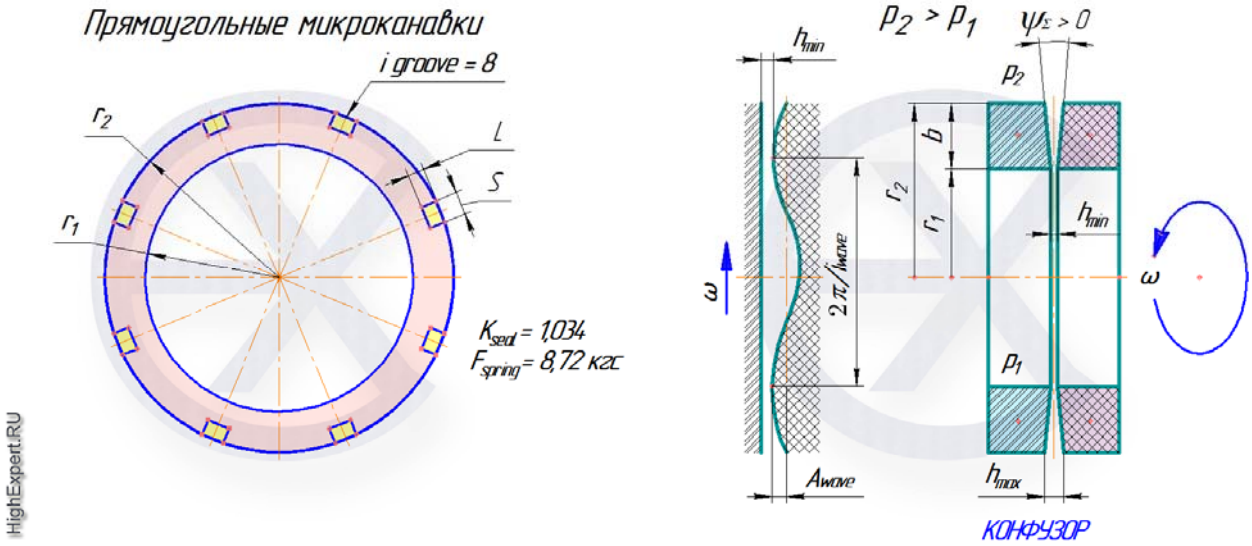



Рис. 1. Расчётная схема для торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками.

Геометрические размеры колец пары трения торцового уплотнения типа HN 406 [5, 6, 8]: внутренний радиус $r_1$ = 16.7 мм, наружный радиус $r_2$ = 21.75 мм, прямоугольная микроканавка с шириной $S$ = 3 мм, высотой $L$ = 2 мм и постоянной глубиной $h_{groove}$ = 6 мкм, количество микроканавок $i_{groove}$ = 8 штук.

Конструктивные параметры торцового уплотнения типа HN 406 [6]: коэффициент гидравлической нагрузки $K_{Seal}$ = 1.034, рабочее (установочное) усилие пружины сжатия $F_{spring}$ = 85.54 Н (8.72 кгс).

Давление атмосферы (воздух) $p_1$ = 0.101 МПа (1.026 кгс/см$^2$), давление рабочей жидкости (воды) $p_2$ = 0.501 МПа (5.103 кгс/см$^2$), перепад давления $\Delta p = p_2 - p_1$ = 0.4 МПа (4.077 кгс/см$^2$), скорость вращения вала $n$ = 955 мин$^{-1}$ (угловая скорость вращения вала $\omega$ = 100 с$^{-1}$) [5, 6].

Замыкающее усилие на торцовом уплотнении от воздействия перепада давления рабочей жидкости $\Delta p$ = 0.4 МПа (4.077 кгс/см$^2$) и пружины сжатия $F_{spring}$ = 85.54 Н (8.72 кгс): $W_{closing}$ = 337.92 Н (34.44 кгс/см$^2$).

Параметры рабочей жидкости (воды) при температуре +20$^o$C в зазоре пары трения: $\rho$ = 1000 кг/м$^3$, $\mu$ = 0.001 Па·с – плотность и динамическая вязкость воды, принимаемые постоянными [5, 6], давление насыщенных паров воды [9] (кавитация с разрывом смазочного слоя) $p_{cavitation}$ = 0.002354 МПа (0.024 кгс/см$^2$).

Вторая расчетная схема торцового уплотнения с микроканавками, эквивалентными по площади прямоугольным микроканавкам, в форме усечённых секторов, приведена на рисунке 2.

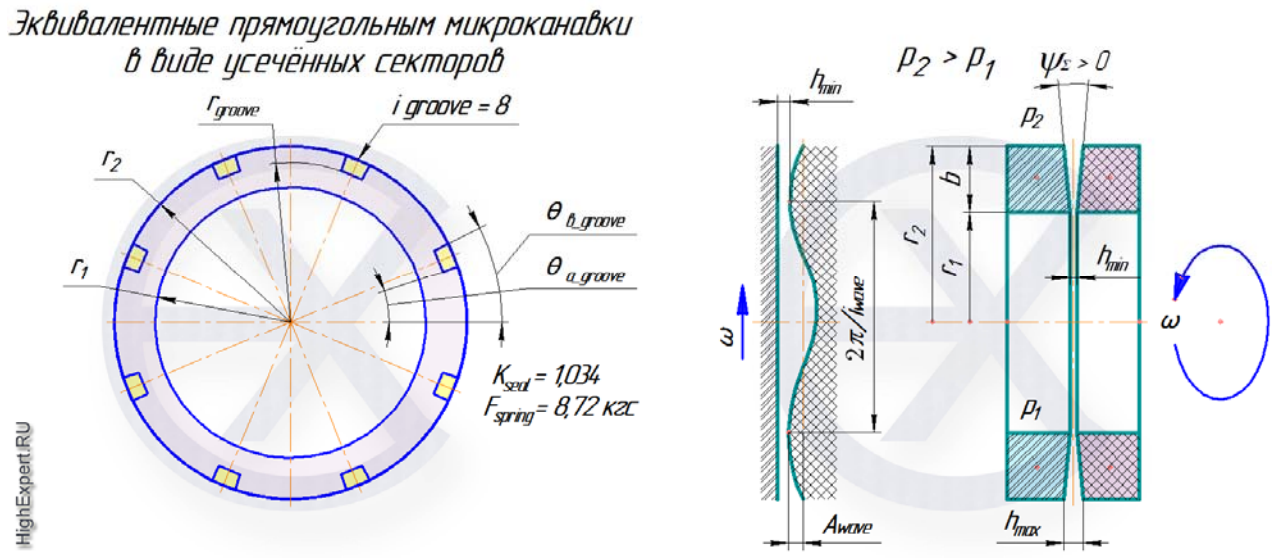



Рис. 2. Расчётная схема торцового уплотнения с эквивалентными прямоугольным микроканавками в виде усечённых секторов.

Геометрические размеры эквивалентных микроканавок: внутренний радиус $r_{groove}$ = 19.75 мм, начальный угол $\theta_{a_groove}$ = 18.4 градусов, конечный угол $\theta_{b_groove}$ = 26.6 градусов - рассчитаны из условий равенства площадей рассматриваемых в настоящем исследовании микроканавок, с учётом округления размеров до значений [и с учётом разбиений в радиальном и окружной направлениях], необходимых для выполнения условия [11] - попадания границ равномерной сетки на границы эквивалентной микроканавки; глубина микроканавок $h_{groove}$ = 6 мкм, количество микроканавок $i_{groove}$ = 8 штук.

Для торцового уплотнения с плоскопараллельным зазором [5,6] для обеих расчётных схем: амплитуда волнистости $A_{wave}$ = 0, количество волн $i_{wave}$ = 0 и угол конусности $\psi_{\Sigma}$ = 0.

## Особенности методик расчёта

В автореферате [7] указана цель НИР: “*повышение достоверности расчётов, снижение сроков и затрат на проектирование торцовых уплотнений с пониженными утечками для опор роторов авиационных двигателей и их агрегатов за счет создания методики проектирования уплотнений с учетом сложных форм зазора и микроканавок, сил инерции, разрыва слоя смазки*…”.

После разбиения расчётной области сеткой с равноотстоящими узлами для каждого из них записывается уравнение для нахождения давления. В автореферате, в отличие от монографии [3] и статьи [5], предлагается усовершенствованная запись уравнения и входящих в него коэффициентов для нахождения давления рабочей жидкости в конкретном узле (“точке”) с известными индексами *i* и *j* [7]:

$$p_{ij} = \frac{B_{ij} \cdot p_{i-1,j} + C_{ij} \cdot p_{i+1,j} + D_{ij} \cdot p_{i,j-1} + E_{ij} \cdot p_{i,j+1} + F_{ij} + G_{ij}}{A_{ij}}, \quad \textbf{(1)}$$

где коэффициенты *A, B, C, D, E, F* для каждого узла с индексами *ij* вычисляются по соответствующим зависимостям [3] или [7], новый коэффициент *G* учитывает влияние сил инерции и применяется только в методике [5,7].

Поиск давлений во всех узлах расчётной области проводится методом последовательных приближений (итераций). В отличие от методики статьи [5] в автореферате [7] указывается, что “в *зоне разрыва смазки давление принимается равным давлению насыщенного пара”*. К сожалению, не уточняется, используются ли для этого граничные условия кавитации half-Sommerfeld

или Swift-Stiber [3]. Остальные характеристики в статье [5] и в автореферате [7] находятся по известным зависимостям, изложенным в работе [2].

## Количество разбиений в сетке и количество итераций

В автореферате [7] подчёркивается, что ”*…точность получаемого результата будет определяться параметрами расчётной модели (количество разбиений по радиусу и окружности)*”. Кроме того, автором автореферата “…*были разработаны рекомендации по выбору количества разбиений и итераций для достижения необходимой точности: минимальное количество разбиений по радиусу достигает 20, по окружности (для сектора с микроканавкой) около 150 и требуется не менее 6000 итераций*”.

В публикации [5] и автореферате [7] не обнаружено конкретных критериев по выбору оптимального и (или) рационального количества разбиений на сетке и количества итераций для достижения необходимой точности численного решения с целью эффективного практического использования предлагаемой методики расчёта.

Изучение и анализ содержимого монографии [3], на результатах исследований которой фактически и была основана методика расчёта [5,7], выявил, что имеется проверенный практикой рекомендуемый критерий по необходимому количеству итераций в процессе расчёта распределения давления рабочей жидкости в каждом узле расчётной области:

$$\max\left(\frac{p_{ij}^{k+1}+p_{ij}^{k}}{p_{ij}^{k}}\right)<0.0001, \qquad \textbf{(2)}$$

где верхний индекс *k* – номер итерации.

Из выражения (2) следует, что итерационный поиск давления рабочей жидкости с использованием формулы (1) в конкретном узле (“точке”) с индексами *i* и *j* должен продолжаться до тех пор, пока относительная погрешность между давлениями, вычисленными на *k+1 и k-й* итерации, превышает 0.01%.

От количества разбиений расчётной области сеткой [с равномерно расположенными узлами в радиальном и окружном направлениях] зависит точность получаемого численного решения, которая напрямую влияет на расчёт несущей способности смазочного слоя рабочей жидкости торцового уплотнения [2, 3]:

$$W_f = \int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{r_2} p(r,\theta)\, r\, dr d\theta, \qquad \textbf{(3)}$$

В монографии [3] указывается, что количество разбиений расчётной области сеткой зависит от конкретной исследовательской задачи; с целью получения

достаточной для инженерной практики точности результата необходимо определять уровень ошибки при расчёте минимального зазора $h_{min}$ в паре трения и несущей способности смазочного слоя рабочей жидкости по критерию:

$$\left(\frac{W_f^{k+1}\left(h_{min}^{k+1}\right) + W_m^{k+1}\left(h_{min}^{k+1}\right)}{W_{closing}}\right) < 0.003, \quad \textbf{(4)}$$

где $h_{min}$ – минимальный зазоре в паре трения торцового уплотнения, определяемый из баланса действующих осевых сил [4,6];

$W_{closing}$ - замыкающее усилие на торцовом уплотнении от воздействия перепада давления рабочей жидкости и пружины сжатия [4,6];

$W_m$ – нормальная сила в паре трения от возможного механического контакта [4,6].

Итерационный поиск минимального зазора $h_{min}$ и несущей способности смазочного слоя рабочей жидкости $W_f$ должен продолжаться до тех пор, пока не будет выполнено условие (4).

В работе [10] предлагается критерий плотности узлов в расчётной области $J_N$ для достижения приемлемого по точности численного решения.

С учётом выражения (4) при полученном (фиксированном) минимальном зазоре $h_{min}$ количество разбиений сеткой в расчетной области (фактически плотности узлов $J_N$) можно записать следующее условие:

$$\left(\frac{W_f(J_N^m) - W_f(J_N^{m+1})}{W_f(J_N^m)}\right) < \delta W_f, \quad \textbf{(5)}$$

в котором $m$ – номер уточнения; на каждом новом уточнении критерий плотности узлов $J_N$ увеличивается на ~50…100%.

Из нашей практики [4, 10] значение $\delta W_f$ может быть выбрано в диапазоне от 0.005 до 0.008, т.е. относительная погрешность несущей способности смазочного слоя между каждым последующим уточнением должно быть не более 0.8%. Когда условие (5) выполняется, рациональная плотность узлов $J_N$ считается определенной для рассматриваемой исследовательской задачи (т.е. учитываются особенности конструкции торцового уплотнения, тип рабочей жидкости и её параметры, форма зазора рабочей торцовой поверхности, наличие микроканавок, их геометрическая форма и т.п.).

Для исследуемого варианта торцового уплотнения с эквивалентными микроканавками (Рис. 2) количество разбиений в радиальном и окружной направлениях и, соответственно, плотность узлов $J_N$ выбирались с учётом обязательного выполнения условия [11] - попадания границ равномерной сетки на границы микроканавки.

## Результаты компьютерного моделирования

Компьютерное моделирование, в том числе, расчёт распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с микроканавками, проводился в системе Mathcad [12], с использованием современного персонального компьютера с 4-х ядерным процессором компании Intel, ОЗУ 32 Гб и SSD 256 Гб.

Расчёт распределения давления рабочей жидкости двух расчетных схем, показанных на рисунках 1 и 2, выполнялся для фиксированного значения минимального зазора $h_{min}$ в паре трения 1.00 мкм; в области разрыва смазочного слоя использовались граничные условия кавитации Swift-Stiber [3]. Фиксация минимального зазора $h_{min}$ была обусловлена необходимостью сравнения результатов наших расчётов с результатами и рекомендациями [5,7].

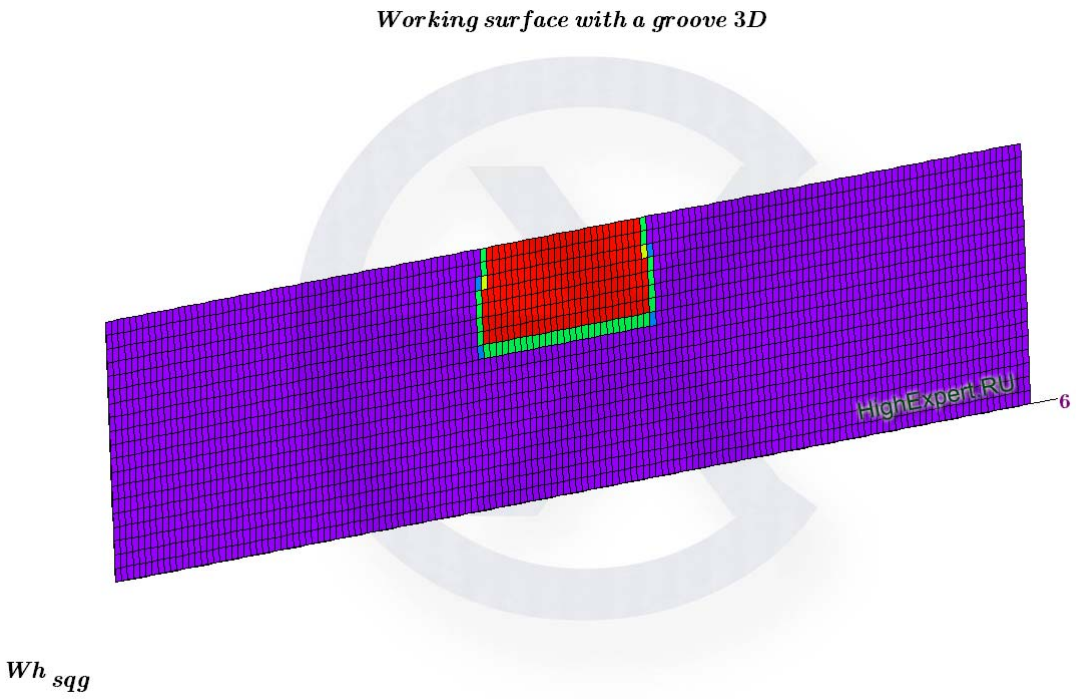
## Поиск рациональной плотности узлов

Поиск рациональной плотности узлов на сетке проводился для расчётной схемы, показанной на рисунке 1. Результаты расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой приведены в таблицах 1 и 2. Графическое представление части этих результатов изображено на рисунках 3-5.

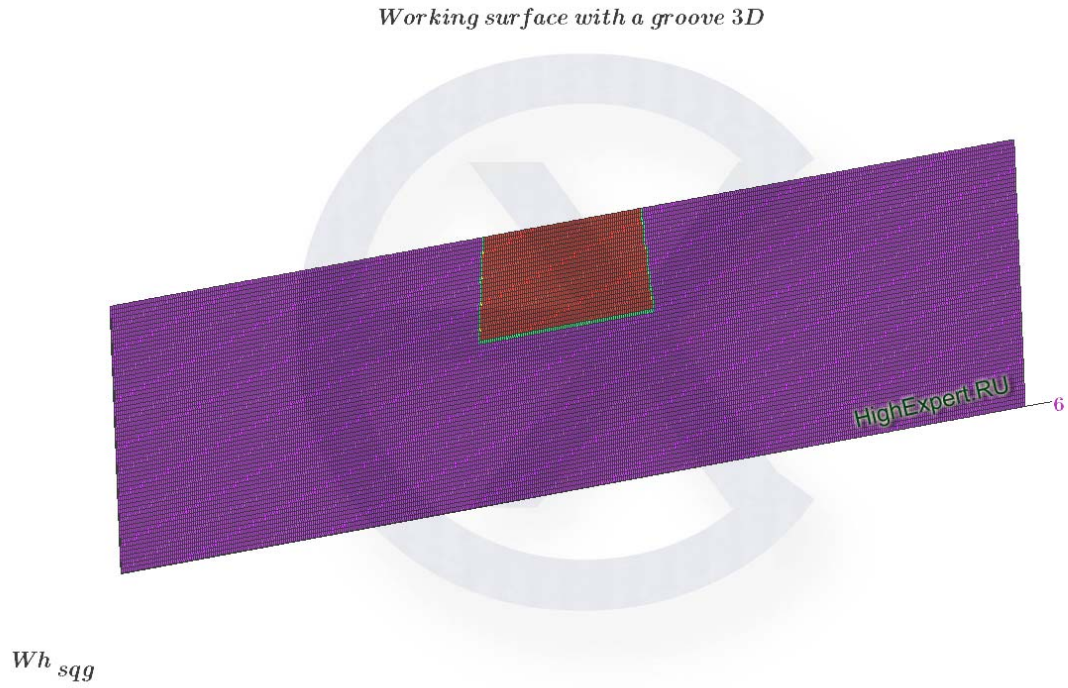
В таблицах ниже используются следующие обозначения: $N_r$ – количество разбиений сеткой в радиальном направлении, $N_\theta$ – количество разбиений сеткой в окружном направлении, $J_N$ – плотность узлов, $N_{iter}$ – количество итераций, $W_f$ – несущая способность смазочного слоя, ⩛ - выполнение условия (5) для конкретного уточнения ($J_N$), $\tau$ – время, затраченное на вычисление распределения давления без учёта времени на расчёт несущей способности.

**Таблица 1. Результаты расчёта распределения давления (методика [3], $h_{min}$ = 1.00 мкм).**

| $N_r$ | $N_\theta$ | $J_N$ | $N_{iter}$ | $p_{max}$ | $W_f$ | $\delta W_f$ | $\tau$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| шт. | шт. | шт./мм$^2$ | шт. | МПа | Н | % | сек. |
| **20** | **150** | **40** | **1297** | **0.788** | **146.20** | **-** | **109** |
| 22 | 226 | 66 | 1813 | 0.757 | 142.60 | - | 254 |
| 42 | 226 | 125 | 1921 | 0.751 | 140.95 | 3.59 | 541 |
| 42 | 338 | 187 | 2114 | 0.699 | 136.16 | 3.40 | 911 |
| ⩛ 42 | 451 | 249 | 2105 | 0.648 | 132.97 | 2.32 | 1182 |
| ⩛ 64 | 451 | 379 | 2039 | 0.640 | 132.29 | 0.51 | **1810** |




1)



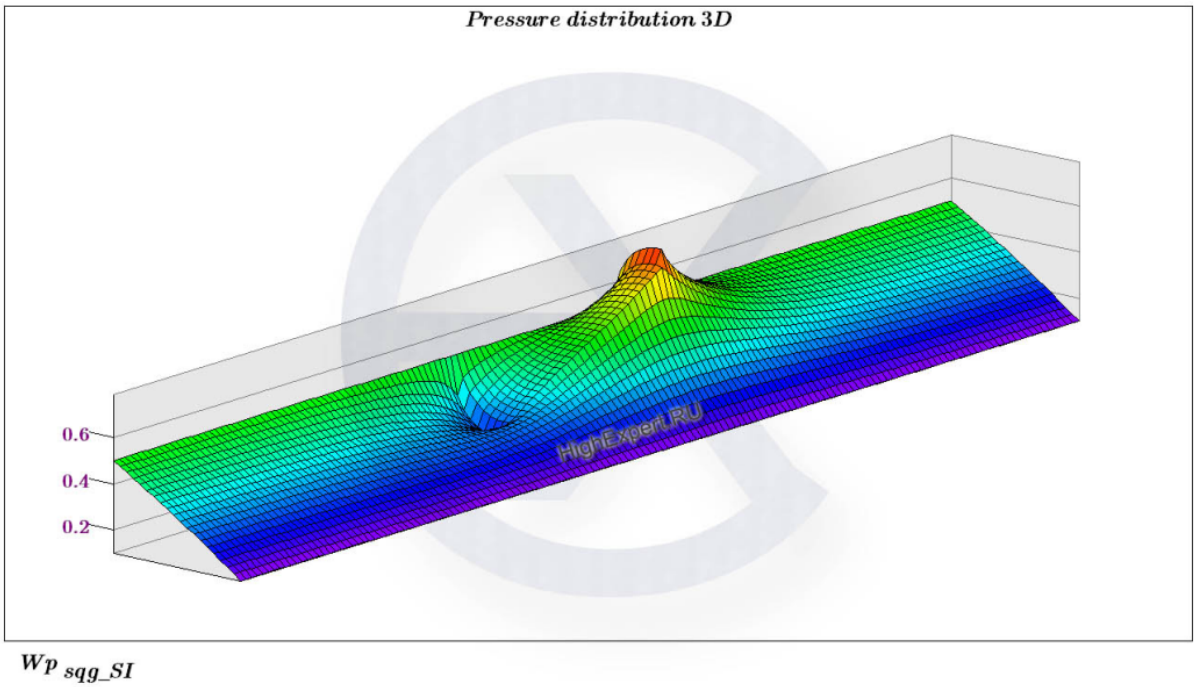

2)

Рис. 3. Расчётная область рабочей поверхности торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой:

1 – сетка в расчётной области с плотностью узлов $J_N$ = 40 шт./мм$^2$,

2 – сетка в расчётной области с плотностью узлов $J_N$ = 379 шт./мм$^2$.

1)




2)

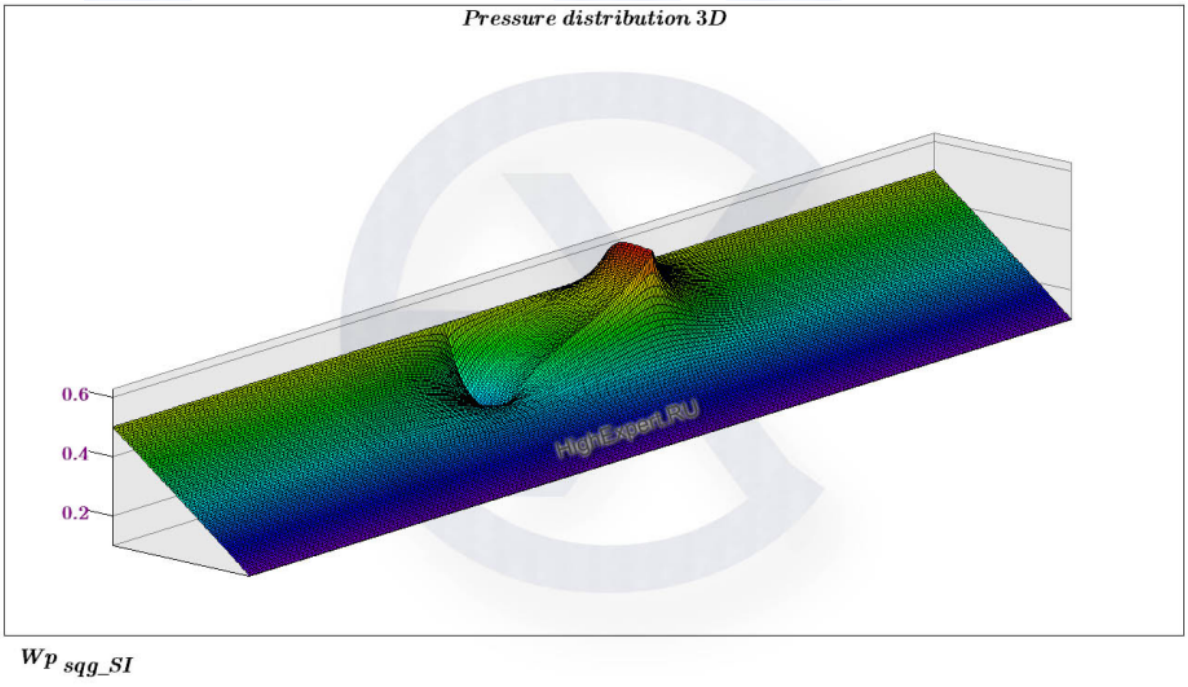
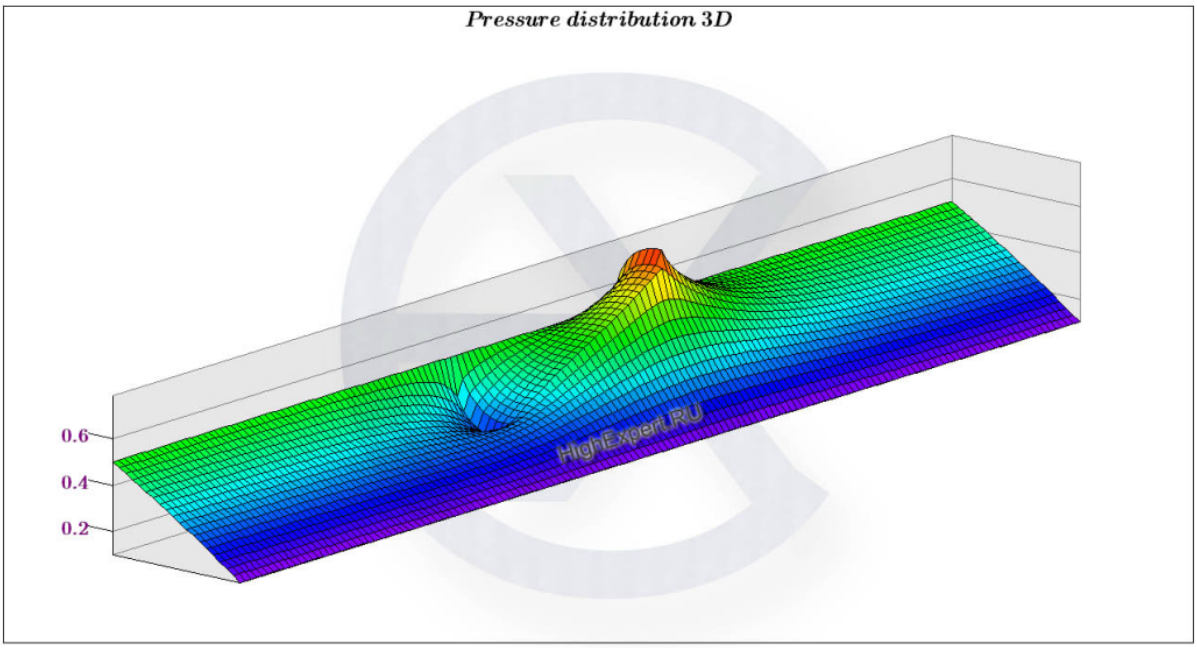



Рис. 4. Результаты расчёта распределения давления в зазоре пары трения торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой (методика [3]):

1 – 3D график распределения давления (МПа), $J_N$ = 40 шт./мм$^2$,

2 – 3D график распределения давления (МПа), $J_N$ = 379 шт./мм$^2$.

1)




2)

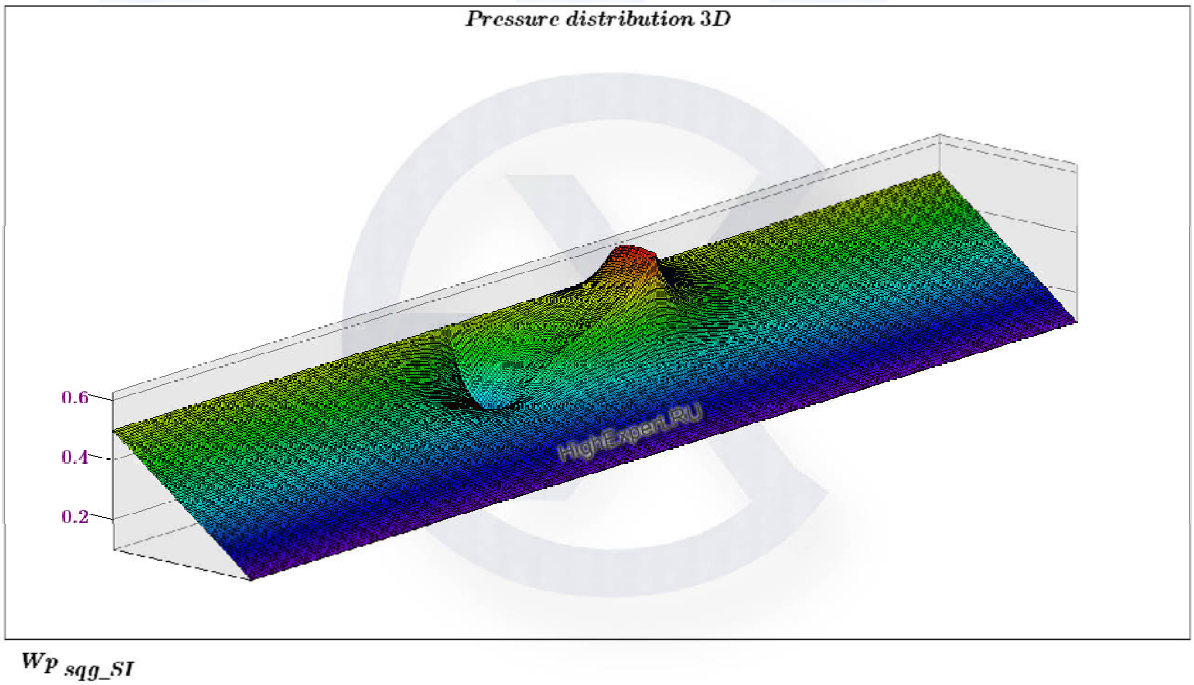



Рис. 5. Результаты расчёта распределения давления в зазоре пары трения торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой (методика [7]):

1 – 3D график распределения давления (МПа), $J_N$ = 40 шт./мм$^2$,

2 – 3D график распределения давления (МПа), $J_N$ = 379 шт./мм$^2$.

**Таблица 2. Результаты расчёта распределения давления (методика [7], $h_{min}$ = 1.00 мкм).**

| $N_r$ | $N_\theta$ | $J_N$ | $N_{iter}$ | $p_{max}$ | $W_f$ | $\delta W_f$ | $\tau$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| шт. | шт. | шт./мм$^2$ | шт. | МПа | Н | % | сек. |
| **20** | **150** | **40** | **1373** | **0.763** | **148.27** | **-** | **139** |
| 22 | 226 | 66 | 1852 | 0.742 | 144.13 | - | 314 |
| 42 | 226 | 125 | 1964 | 0.735 | 142.26 | 1.30 | 656 |
| 42 | 338 | 187 | 2169 | 0.688 | 137.08 | 3.64 | 1148 |
| ⇛ 42 | 451 | 249 | 2157 | 0.637 | 133.56 | 2.60 | 1569 |
| ⩛ 64 | 451 | 379 | 2090 | 0.629 | 132.80 | 0.57 | **2153** |

## *Анализ результатов поиска рациональной плотности узлов*

Прямоугольная микроканавка, выполненная на криволинейной расчётной области кольца пары трения торцового уплотнения, изменяет свою форму в прямоугольной расчётной области, что видно на рисунке 3.

Анализ полученных результатов в таблицах 1 и 2 показывает, что для рассматриваемой задачи существует рациональное количество разбиений сеткой в радиальном $N_r$ и окружном $N_\theta$ направлении (рациональная плотность узлов $J_N \in$ [249…379] шт./мм$^2$) - отмеченные в таблицах зеленым цветом. Дальнейшее увеличение плотности узлов $J_N$ приводит к незначительному уточнению несущей способности смазочного слоя $W_f$ и существенно увеличивает время расчета $\tau$. Для плотности узлов $J_N$ ~ 379 шт./мм$^2$ время $\tau$, затраченное на вычисление распределения давления составляет 1810 секунд (~30 минут!) при использовании методики [3] и возрастает до 2153 секунды (~35 минут!) с применением методики [7] (и это без учёта расчёта несущей способности).

Таким образом, решение более сложной задачи с поиском минимального зазора $h_{min}$ из баланса осевых сил, даже без решения сопутствующих задач для нахождения поля температур в сечения колец пары трения с целью уточнения температуры рабочей жидкости в зазоре пары трения, а также без необходимой оценки деформаций колец, требуют значительных затрат времени и ресурсов.

Следует отметить, что "…*рекомендации по выбору количества разбиений и итераций для достижения необходимой точности: минимальное количество разбиений по радиусу достигает 20, по окружности (для сектора с микроканавкой) около 150 и требуется не менее 6000 итераций* ", приведенные

в автореферате [7], как показали результаты наших расчётов, полученные с помощью двух методик [3, 7], **не подтверждаются**.

Поэтому если следовать упомянутым выше рекомендациям автореферата [7], получим завышенную на ~11,65% несущую способность смазочного слоя:

$$\left(\frac{148.27 - 132.80}{132.80}\right) \cdot 100 \approx 11.65\%, \quad \textbf{(6)}$$

это приведёт к значительной недооценке контактного давления и мощности трения в торцовом уплотнении, что является неприемлемым для инженерной практики.

## Сравнение результатов двух расчётных схем

Результаты расчётов распределения давления рабочей жидкости в паре трения торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками и эквивалентными им по площади микроканавками в виде усечённых секторов, приведено в таблице 3. Индексы для обозначений параметров 1 и 2 соответствуют первой и второй расчётным схемам рассматриваемой исследовательской задачи. Графическое представление части результатов показано на рисунке 6.

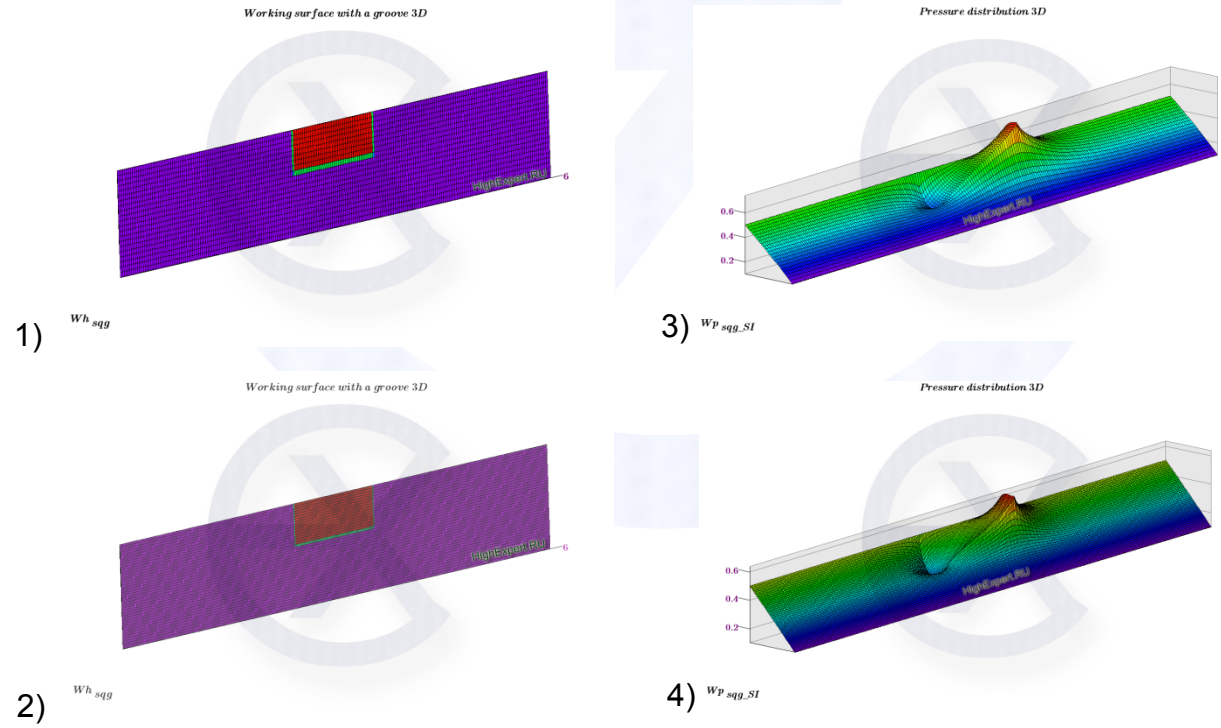



Рис. 6. Результаты расчёта распределения давления в зазоре пары трения торцового уплотнения с эквивалентной микроканавкой (методика [7]):

1 и 2 – сетка с плотностью узлов $J_N$ : 66 шт./мм$^2$ и 249 шт./мм$^2$;

3 и 4 – 3D график распределения давления (МПа) для $J_N$ : 66 шт./мм$^2$ и 249 шт./мм$^2$.

**Таблица 3. Результаты расчёта распределения давления (методика [7], $h_{min}$ = 1.00 мкм).**

| $N_r$ | $N_\theta$ | $J_N$ | $N_{iter1}$ | $N_{iter2}$ | $p_{max1}$ | $p_{max2}$ | $W_{f1}$ | $W_{f2}$ | $\tau_1$ | $\tau_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| шт. | шт. | шт./мм$^2$ | шт. | шт. | МПа | МПа | Н | Н | сек. | сек. |
| 22 | 226 | 66 | 1852 | **1852** | 0.742 | **0.742** | 144.13 | **144.13** | 314 | **320** |
| 42 | 451 | 249 | 2157 | **2157** | 0.637 | **0.637** | 133.56 | **133.56** | 1569 | **1470** |

Сравнение полученных результатов расчётов показывает, что игнорирование условия, сформулированного в работе [11]: “*разрывы по толщине смазочного слоя в каждом элементе конечного объёма должны совпадать с границами контрольного объёма”,* не приводит к сколь либо заметным ошибкам в результатах численного решения.

Это подтверждает возможность применения методик [3, 7] для расчёта распределения давления в паре трения торцового уплотнения с микроканавками произвольной формы.

## Повышение эффективности методик расчёта

Рассматриваемые в настоящем исследовании методики [3,7] для расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения с использованием метода простых итераций, как показали полученные результаты, является очень затратным по времени и ресурсам, и поэтому обладает низкой эффективностью. Выбор такого способа нахождения численного решения был основан не только на его наглядности и простоте реализации, но и возможности замены в процессе каждой *k*-ой итерации отрицательного значения давления [в области разрыва смазочного слоя рабочей жидкости – возникновение кавитации] в конкретном узле с индексами *i* и *j* на давление насыщенных паров рассматриваемой жидкости.

В методике [7], используемой для расчёта распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения, фактически основанной на методике [3], отсутствуют какие-либо конкретные рекомендации, направленные на повышение эффективности получения результатов.

В монографии [3] для ускорения нахождения решения предлагается способ, основанный на уточнении ранее рассчитанной по формуле (1) величины давления рабочей жидкости в конкретном узле (“точке”) с известными индексами *i* и *j* по следующей зависимости:

$$p_{ij} = p_{ij} + (1 - \Omega) \cdot p_{ij} + p_{ij} \cdot \Omega, \qquad \textbf{(7)}$$

где Ω – опытный коэффициент, рекомендуемое значение которого приходится на диапазон [1.1…1.8].

Другим действенным способом сокращения затрат времени на компьютерные вычисления является составление системы из $N_r$ x $N_\theta$ линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на основе формулы (1), и последующее решение такой системы уравнений с помощью матричных методов [3]. Этот способ был проверен на практике авторами настоящей публикации совместно с реализацией пользовательской функции в Mathcad [12] для решения СЛАУ численными методами GMRES и QR-декомпозиции. В результате достигается сокращение времени вычислений, как минимум, в два-три раза.

## Расчёт минимального зазора в паре трения

Минимальный зазор $h_{min}$ определяется из уравнения баланса осевых сил уплотнения [1, 3, 10]:

$$W_{closing} = W_f + W_m, \quad (8)$$

где осевая сила при механическом контакте колец пары трения

$$W_m = i_{wave} \int_0^{\frac{2\pi}{i_{wave}}} \int_{r_1}^{r_2} p_m(r,\theta)\, r\, dr d\theta, \quad (9)$$

и среднее давление механического контакта колец пары трения [10,13]

$$p_m(r,\theta) = \eta E' \sqrt{\pi R_s \left(\frac{\sigma_{RMS}}{2}\right)^3}\, e^{\left(\frac{2l_s}{\sigma_{RMS}}\right)} e^{\left(-\frac{2h(r,\theta)}{\sigma_{RMS}}\right)},$$

в котром параметры, характеризующие шероховатость рабочих торцовых поверхностей колец пары трения: η – плотность вершин, $R_s$ – радиус вершин, $l_s$ – расстояние от средней высоты зазора до средней высоты вершины, $\sigma_{RMS}$ – среднеквадратичное отклонение вершин; $E`$ - эквивалентный модуль упругости материалов колец пары трения торцового уплотнения [3, 10,13].

Аналитическая формула для оценки несущей способности торцового уплотнения с плоскопараллельной щелью [без учёта сил инерции] [3]:

$$W_{f\psi 0} = \pi (r_2^2 - r_1^2) \left[\frac{p_2 - p_1}{2}\right]. \quad (10)$$

Замыкающее осевое усилие на торцовом уплотнении от воздействия перепада давления и упругого элемента [1,3,10]:

$$W_{closing} = |p_2 - p_1|\pi(r_2^2 - r_1^2)K_{seal} + F_{spring}. \quad (11)$$

Рассчитаем баланс осевых сил в торцовом уплотнении с плоскопараллельным зазором без микроканвок для перепада давления 0.4 МПа:

$$W_{closing_0.4} \approx 6.10 \cdot \left(\frac{0.4}{9.81} \cdot 100\right) \cdot 1.034 + 8.72 \approx \mathbf{34.44}\ \text{кгс} \approx \mathbf{337.92}\ \text{Н} \quad \textbf{(12)}$$

$$W_{f_\psi 0_0.4} \approx \pi \cdot (2.175^2 - 1.67^2) \left[\frac{0.4}{2 \cdot 9.81} \cdot 10^2\right] \approx \mathbf{12.43}\ \text{кгс} \approx \mathbf{122.01}\ \text{Н} \quad \textbf{(13)}$$

$$W_{m_\psi 0_0.4} \approx 34.44 - 12.43 \approx \mathbf{22.01}\ \text{кгс} \approx \mathbf{118.11}\ \text{Н} \neq \mathbf{0}. \quad \textbf{(14)}$$

Компьютерное моделирование торцового уплотнения, содержащего прямоугольные микроканавки, с плоскопараллельным зазором проводилось для расчёта минимального зазора в паре трения, обеспечивающего баланс действующих осевых сил (8).

График зависимости нормальной силы механического контакта $W_m$, рассчитанный по зависимости (9), показан на рисунке 7. Баланс осевых сил (8) достигается при минимальном зазоре $h_{min} \approx 0.415$ мкм, которому соответствует значение $W_m \approx 197.60$ Н (20.143 кгс).

Распределение давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой, при условии обеспечения баланса осевых сил, приведено на рисунке 8. Расчётная несущая способность смазочного слоя жидкости в этом случае составляет $W_f \approx 140.32$ Н (14.304 кгс).

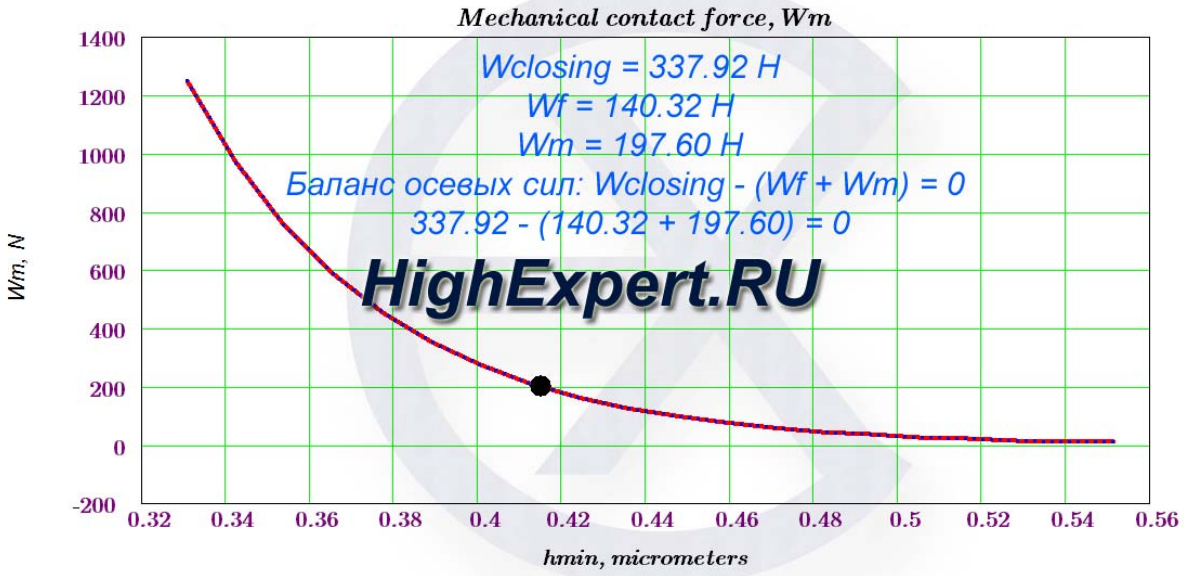



Рис. 7. График зависимости нормальной силы механического контакта $W_m$ для торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой.

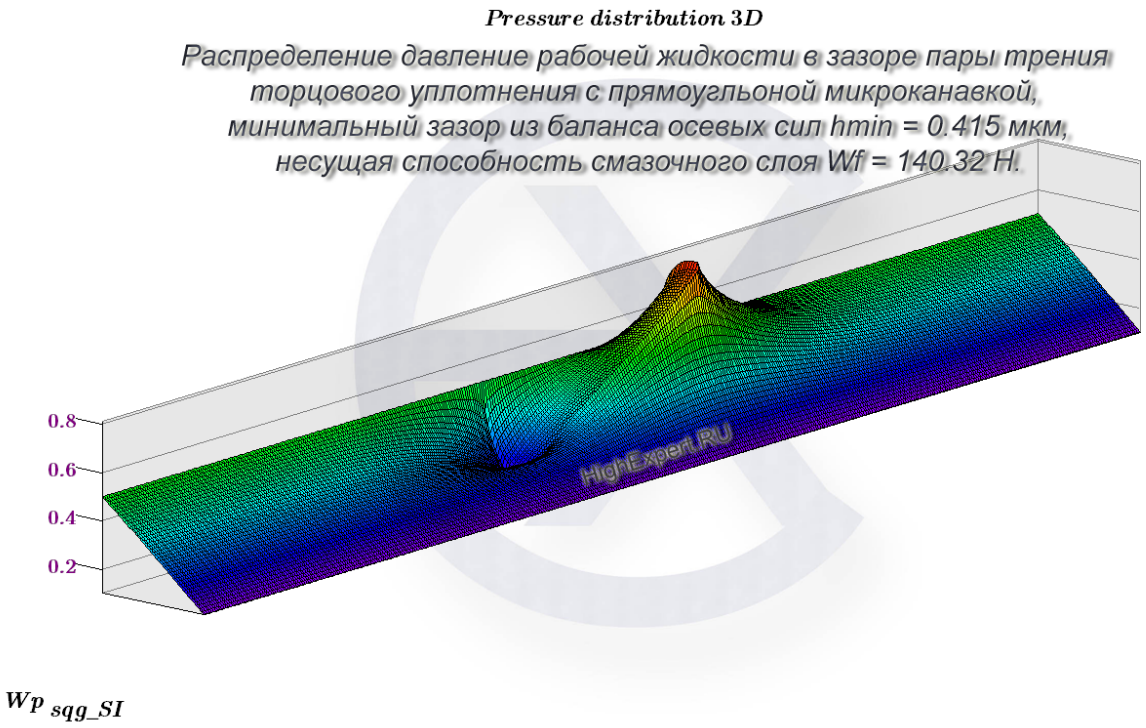



Рис. 8. Распределение давления рабочей жидкости для торцового уплотнения с прямоугольной микроканавкой при условии обеспечения баланса осевых сил.

Полученные результаты компьютерного моделирования доказывают, что рассматриваемое в настоящем исследовании торцовое уплотнение с прямоугольными микроканавками и плоскопараллельным зазором может работать только в условиях смешанного трения с наличием механического контакта. Информация о ”гидродинамическом” режиме трения торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками, опубликованная в статье [5], в нашем исследовании **не подтверждается**.

В статье [5] несущая способность смазочного слоя, рассчитанная с применением абсолютного давления для торцового уплотнения без микроканавок - 196.2 Н и для уплотнения с прямогульными микроканавками – 214.76 Н. По результатам “упрощённого анализа” [5], повышение несущей способности смазочного слоя рабочей жидкости торцового уплотнения за счёт применения прямоугольных микроканавок для рассматриваемой задачи:

$$\left(\frac{214.76 - 196.2}{214.76}\right) \cdot 100 \approx 9.46\%. \quad \textbf{(15)}$$

Этот результат является не верным, т.к. несущая способность в работе [5] определена для постоянного зазора 1.00 мкм, без учёта обеспечения баланса осевых сил и в предположении ”гидродинамического” режима трения – при отсутствии механического контакта колец пары трения.

Оценим теоретическое, предельно достижимое, повышение несущей способности смазочного слоя рабочей жидкости торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками для рассматриваемой задачи с учётом баланса осевых:

$$\left(\frac{140.32-122.01}{122.01}\right)\cdot 100 \approx 15.01\%. \quad \textbf{(16)}$$

В объективной реальности, зазор между кольцами пары трения никогда не бывает плоскопараллельным и всегда характеризуется сложной формой. Температура колец пары трения, вязкость рабочей жидкости в зазоре не бывают постоянными. Деформация колец пары трения, изменение формы зазора, и вязкости жидкости с повышением перепада давления, приведут к неизбежному снижению несущей способности, т.е. уменьшению положительного эффекта от применения прямоугольных микроканавок.

## Выводы

С учётом ранее выполненной экспертизы[3], а также всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

В результате проведенных нами исследований не подтвердились рекомендации автореферата [7] "…*по выбору количества разбиений и итераций для достижения необходимой точности: минимальное количество разбиений по радиусу достигает 20, по окружности (для сектора с микроканавкой) около 150 и требуется не менее 6000 итераций*".

Напротив, использование ранее рекомендуемых критериев [3,4] обеспечивает для конкретной задачи достижение необходимой в инженерной практике точности результата при расчёте распределения давления рабочей жидкости в зазоре пары трения торцового уплотнения с микроканавками. Для рассматриваемой задачи определено рациональное количество разбиений сеткой в радиальном $N_r$ и окружном $N_\theta$ направлении (рациональная плотность узлов $J_N \in$ [249…379] шт./мм$^2$). Получены доказательства возможности применения методик [3, 7] для расчёта распределения давления рабочей жидкости торцового уплотнения с микроканавками произвольной формы.

Информация о "гидродинамическом" режиме трения рассматриваемой исследовательской задачи для торцового уплотнения с прямоугольными микроканавками (постоянной глубиной 6 мкм), опубликованная в статье [5],

[3] *https://www.highexpert.ru/publications/ms_sqg_article_expertise.html*

не подтверждается результатами проведенных нами исследований: баланс действующих осевых сил обеспечивается только при наличии механического контакта колец пары трения.

В условиях ограниченности времени и ресурсов, разработка новой методики на основе бессеточного метода [4] для решения уравнения Рейнольдса применительно к торцовому уплотнению с микроканавками произвольной формы и её практическая реализация - являются приоритетными направлениями наших дальнейших исследований.

## Литература


1. Mechanical Seal Practice for Improved Performance, 2nd Revised Edition, Edited by J. D. Summers-Smith, IMechE Guides for the Process Industries, Mechanical Engineering Publication Limited for the Institution of Mechanical Engineers, LONDON, 1992. - 216 p.
2. Уплотнения и уплотнительная техника: Справочник / Л.А. Кондаков, А.И. Голубев и др. М: Машиностроение, 1994. - 448 с.
3. Lebeck A.O. Principles and Design of Mechanical Face Seals. Wiley-Interscience; 1st edition. New York, 1991. - 764 p.
4. Шепелёв В.А., Шепелёв А.В. Методика расчета обыкновенного торцового уплотнения вала и ее реализация в системе Mathcad // МАШИНОСТРОЕНИЕ И ИНЖЕНЕРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ. Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук. 2024. №1-2(74). - с. 35. Режим доступа: https://www.highexpert.ru/publications/imash_ms_meshless_method.html
5. А.С. Демура, С.В. Фалалеев. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТОРЦОВОГО УПЛОТНЕНИЯ С МИКРОКАНАВКАМИ, Известия Самарского научного центра Российской академии наук, т. 10, №3. 2008. - с. 834-837. // КиберЛенинка. Режим доступа: https://cyberleninka.ru/article/n/metodika-rascheta-tortsovogo-uplotneniya-s-mikrokanavkami.pdf
6. Шепелёв В.А., Шепелёв А.В. Краткая предварительная экспертиза статьи "МЕТОДИКА РАСЧЕТА ТОРЦОВОГО УПЛОТНЕНИЯ С МИКРОКАНВКАМИ" // Персональный сайт авторов HighExpert.RU. Режим доступа: https://www.highexpert.ru/publications/ms_sgg_article_expertise.html
7. Демура А.С. Разработка методик расчета и проектирования торцовых гидродинамических уплотнений авиационных двигателей. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.07.05. [Самар. гос. аэрокосм. ун-т им. С. П. Королева]. - Самара, 2010. Режим доступа: https://repo.ssau.ru/handle/Avtoreferaty/Razrabotka-metodik-rascheta-i-proektirovaniya-torcovyh-gidrodinamicheskih-uplotnenii-aviacionnyh-dvigatelei-

Elektronnyi-resurs-avtoreferat-dis-kand-tehn-nauk-050705-zashishena-25062010-62912?mode=full

8. HECKER WERKE GmbH. // Каталог торцовых уплотнений. Режим доступа: https://www.heckerwerke.de/images/downloads/Kataloge/AEGIRA.pdf
9. Vapour pressure of water – Wikipedia. Режим доступа: https://en.wikipedia.org/wiki/Vapour_pressure_of_water
10. Шепелёв В.А., Шепелёв А.В. Бессеточный метод на основе радиальных базисных функций для численного решения уравнения Рейнольдса применительно к торцовому уплотнению вала // Персональный сайт авторов HighExpert.RU. Режим доступа: https://www.highexpert.ru/publications/ms_meshless_rbf_method.html
11. Vieira L., Cavalca K. ANALYSIS OF THE DYNAMIC COEFFICIENTS OF THRUST BEARINGS WITH HYDRODYNAMIC LUBRICATION / 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, October 24-28, 2011, Natal, RN, Brazil. // The Brazilian Association of Engineering and Mechanical Sciences. Режим доступа: https://abcm.org.br/app/webroot/anais/cobem/2011/PDF/017901.pdf
12. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95. / Перевод с англ. – М.: Информационно-издательский дом “Филинъ”, 1996. – 712 с.
13. *Brunetière N.* An analytical approach of the thermoelastohydrodynamic behaviour of mechanical face seals operating in mixed lubrication, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology 2010 224:1221, DOI: 10.1243/13506501JET831.